

純正律と平均律

純正律

例えば 264Hz の周波数を持つ音と 396Hz の周波数を持つ音があるとします。この 2 つの音を同時に鳴らすと、2 つの音は“ハモって”聞こえます。2 つの音を比較してみると、「 $264:396=2:3$ 」というように簡単な整数比で表すことができます。このように 2 つの音の周波数を比較的簡単な整数比で表すことができる場合、2 つの音はハモって聞こえるという性質があります。そのような関係を調和するといいます。

純正律は、ある音に対して 2:3 の周波数比で調和する純正完全 5 度と 4:5 の周波数比で調和する純正長 3 度を組み合わせた音律です。例えば C という主音に対して純正完全 5 度上の G の音の周波数比は 2:3 なので、G は C の $3/2$ 倍の周波数を持ちます。同様に純正長 3 度上の E の音は C の $5/4$ 倍の周波数です。

この 2:3 と 4:5 の関係を利用して、比較的簡単な周波数比で表される音を何個か作っていきます。C から F を計算し、G から D を計算し、F から A、G から B を計算します。



音名	C	D	E	F	G	A	B	C
C に対する周波数比	1	1.1224	1.2600	1.3348	1.4963	1.6817	1.8878	2
C=264Hz の場合 (Hz)	264	297	330	352	396	440	495	528

(A=440Hz にするために C を 264Hz としました。)

純正律の最大の問題は、転調して基音が変わった場合、例えば C を基音に純正律で調律したピアノの場合には A に転調するとピアノを再調律しない限り、基音に対するそれぞれの音の周波数が調和しないことです。

平均律

純正律の移調や転調が難しいという弱点を克服するには、どの音から始めても同じような響きになるようにしないとけません。これが、1オクターヴを全て等しい周波数比で分割する「平均律」の発想です。

一般的には1オクターヴを12等分する12平均律が使われます。この場合、周波数は完全には調和しませんが、近似的な調和がえられます。転調してもこの近似関係は保たれるのでピアノの調律は平均律に基づいています。

平均律と純正律の比較

Cを根音として264Hzに同期したC長調の純正律と平均律の周波数差（純正律Aの周波数を440Hzとした場合）

	純正律		平均律		周波数差
	基音に対する比率	周波数(Hz)	基音に対する比率	周波数(Hz)	周波数差(Hz)
C	1.0000	264	1.0000	264	0
C#	1.0667	282	1.0594	280	+2
D	1.1249	297	1.1224	296	+1
D#	1.1990	317	1.1892	333	-3
E	1.2510	330	1.2599	333	-3
F	1.3334	352	1.3348	352	0
F#	1.4074	372	1.4142	373	-1
G	1.4997	396	1.4983	395	+1
G#	1.5975	421	1.5874	419	+2
A	1.6700	441	1.6817	444	-3
A#	1.7958	474	1.7818	463	+11
B	1.8784	496	1.8878	498	-2
C	2.0000	528	2.0000	528	0

近い位置にある音と、離れている音が混在しています

●C(ド)は平均律と純正律で唯一完全に一致する音です。

●D#は平均律の方が大分高くなっています。

Eは平均律の方が大分高くなっています。

Aは平均律の方が大分高くなっています。

Bは平均律の方が大分高くなっています。

ピアノでCを弾いて和音を作って歌う時には、これらの音はピアノより少し低めの音を出すとハーモニーが美しくなります。

C-E-Gの和音ではEの音をやや低めにした方が美しいハーモニーになります。

●A#は純正律の方が高くなります。

●D(レ)、F(ファ)、G(ソ)は小数点以下の差でほぼ一致しています。

根音が変わった時の純正律周波数

純正律C長調の全音階において、そのまま根音をCからAに移しても純正なA調の音階にはならない。これは純正律が根音から純正完全5度(3/2)と純正3度(6/5)を用いてその他の音の周波数を決めていくことから、根音の周波数が変化すると、これに応じて他の音の周波数が変わるためである。

Aを根音として220Hzに同期したイ短調の純正律と平均律の周波数差

	純正律		平均律		周波数差
	基音に対する比率	周波数(Hz)	基音に対する比率	周波数(Hz)	周波数差(Hz)
A	1.0000	220	1.0000	220	0
A#	1.0664	234	1.0594	233	+1
B	1.1248	248	1.1224	247	+1
C	1.1990	264	1.1892	261	-3
C#	1.2510	275	1.2599	277	-2
D	1.3335	293	1.3348	293	0
D#	1.4071	310	1.4142	311	-2
E	1.4997	330	1.4983	330	0
F	1.5975	351	1.5874	349	+2
F#	1.6699	367	1.6817	370	-4
G	1.7958	395	1.7818	392	+3
G#	1.8784	413	1.8878	415	-2
A	2.0000	440	2.0000	440	0

●Aは平均律と純正律で唯一完全に一致する音です。

●Cは平均律の方が大分高くなっています。

C#は平均律の方が大分高くなっています。

D#は平均律の方が大分高くなっています。

F#は平均律の方が大分高くなっています

G#は平均律の方が大分高くなっています

ピアノでAを弾いて和音を作って歌う時には、これらの音はピアノより少し低めの音を出すとハーモニーが美しくなります。

A-C-Eの和音では第3音のCをやや低めにした方が美しいハーモニーになります。

●F、Gは純正律の方が高くなっています。

●A#、B、D、E、は小数点以下の差でほぼ一致しています。

全ての根音における平均律音程と純正律音程の差異

下記の表はすべての根音について、各音の周波数のズレを「セント」であらわしたものである。

平均律の半音の音程を100等分したものである。1セントの100個分が平均律の半音1個となる。

例えば根音がCの時のEのセント値は、-13.7となっているが、これは100セントであるべき幅が13.7セント低い、すなわち $100 - 13.7 = 86.3$ の幅であることを示している。C根音の時の純正律のAはこれだけ低いということ。

	A#	B	C	C#	D	D#	E	F	F#	G	G#	A
根音												
A#	0	11.7	3.9	15.6	-13.7	-2.0	-9.8	2.0	13.7	-15.6	17.9	-11.7
B	-11.7	0	11.7	3.9	15.6	-13.7	-2.0	-9.8	2.0	13.7	-15.6	17.9
C	17.9	-11.7	0	11.7	3.9	15.6	-13.7	-2.0	-9.8	2.0	13.7	-15.6
C#	-15.6	17.9	-11.7	0	11.7	3.9	15.6	-13.7	-2.0	-9.8	2.0	13.7
D	13.7	-15.6	17.9	-11.7	0	11.7	3.9	15.6	-13.7	-2.0	-9.8	2.0
D#	2.0	13.7	-15.6	17.9	-11.7	0	11.7	3.9	15.6	-13.7	-2.0	-9.8
E	-9.8	2.0	13.7	-15.6	17.9	-11.7	0	11.7	3.9	15.6	-13.7	-2.0
F	-2.0	-9.8	2.0	13.7	-15.6	17.9	-11.7	0	11.7	3.9	15.6	-13.7
F#	-13.7	-2.0	-9.8	2.0	13.7	-15.6	17.9	-11.7	0	11.7	3.9	15.6
G	15.6	-13.7	-2.0	-9.8	2.0	13.7	-15.6	17.9	-11.7	0	11.7	3.9
G#	3.9	15.6	-13.7	-2.0	-9.8	2.0	13.7	-15.6	17.9	-11.7	0	11.7
A	11.7	3.9	15.6	-13.7	-2.0	-9.8	2.0	13.7	-15.6	17.9	-11.7	0